Gyakorló feladatok a 2. ZH-hoz.

Kiegészítő matematika kémiatanároknak 2019. ősz

Többváltozós integrálás:

$$\iint_T (2+x)\cdot\cos y \, dx\,dy \qquad T: \begin{cases} 0 \le x \le 2 \\ 0 \le y \le \pi/2 \end{cases}$$

$$\int_0^1\int_0^1\int_0^1 x y^2 z^3 \, dx\,dy\,dz$$

$$\iint_T (x+y)\, dx\,dy \qquad T: \begin{cases} 0 \le x \le 2 \\ 0 \le y \le x \end{cases}$$

(helyes integrálási sorrend fontos)

$$\iiint_T \frac{1}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}} \, dx\,dy\,dz \qquad T: \left\{ x^2+y^2+z^2 \le 4 \right.$$

$\leftarrow$ 2 sugarú gömb

(transzformáció gömbi koordinátákra)

Többváltozós fv. kritikus pontjainak meghatározása:

$$f(x,y) = \frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} + 2x + y^3 - 3y + 5 \qquad \rightarrow \text{1min, 1max, 2nyeregp}$$

$$f(x,y) = x^2 - 6x + y^3 - 3y + 2 \qquad \rightarrow \text{1min, 1nyereg}$$

Térgörbe érintőjének a meghatározása:

$\underline{r}(t) = \sin(t-1)\,\underline{i} + t^2\,\underline{j} + 2t\,\underline{k}$ a $t=1$ pontban

$\underline{r}(t) = \frac{1}{t}\,\underline{i} + 2\,\underline{j} + t^3\,\underline{k}$ a $t=2$ pontban

Skalármező gradiensének meghatározása:

$u(x,y,z) = y\cdot\sin x - 3z^2$ és értéke a $P_0(2\pi; 1; -\frac{1}{6})$ pontban

Vektormező divergenciájának és rotációjának meghatározása és kiszámolása adott pontokban:

$$\underline{v}(\underline{r}) = \begin{pmatrix} x^2 \\ xyz \\ z^2 \end{pmatrix} \qquad P_1(0,0,0) \quad P_2(1,1,1)$$

Teljes differenciál-e a következő kifejezés? Ha igen, adja meg az u függvényt!

$$du = (12xy + 3yz)dx + (6x^2 - 4y + 3xz)dy + (3xy)dz$$

Számolja ki a következő vonalintegrált, amennyiben az adott vektormező konzervatív:

$$\underline{v}(\underline{r}) = \begin{pmatrix} y^2 \cdot \cos x + 2x \cdot \sin y \\ 2y \cdot \sin x + x^2 \cdot \cos y \end{pmatrix}$$

A görbe két végpontja: $P_0(0,0)$ $P_1\left(\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$

Oldja meg a következő differenciál egyenleteket az adott kezdőfeltétel mellett:

$$\frac{dx}{dt} = 2x \text{, ahol } x > 0 \text{ és } x(t=2) = 1$$

$$\frac{dx}{dt} = 1 + x^2, \quad x(t=0) = 1$$

figyelem. $(\mathrm{arctg}\,x)' = \frac{1}{1+x^2}$

$x = \mathrm{tg}(\mathrm{arctg}\,x)$

Írja fel az A, B és C anyagokra a differenciál egyenleteket a tömeghatás törvénye alapján:

$$A + B + C \underset{k_2}{\overset{k_1}{\rightleftharpoons}} 3A$$