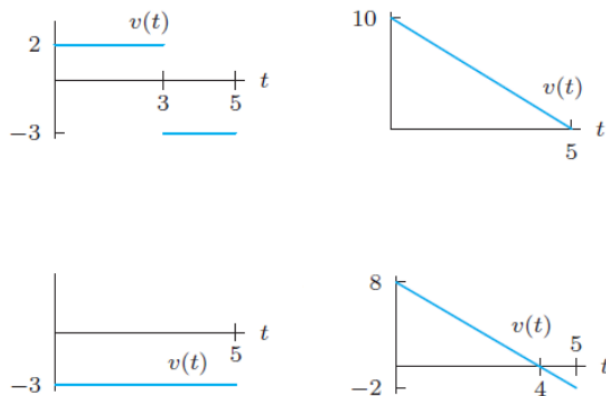
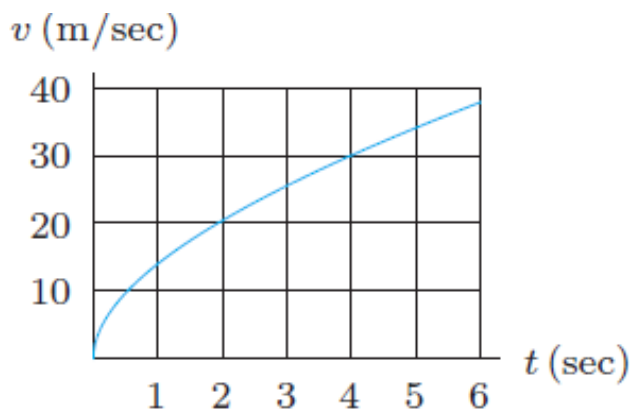


A grafikon alatti terület

1. Az ábrákon különböző részecskék sebessége [cm/sec] látható az idő [sec] függvényében. A részecskék a számsíkon mozognak, pozitív sebesség jobbra mozgást, negatív sebesség balra mozgást jelent. Adja meg a részecskék elmozdulását az első 5 másodperc alatt!



2. Az alábbi ábrán egy részecske sebessége látható. A pozitív sebesség felfelé, a negatív lefelé irányuló mozgást jelent. A $t = 0$ -ban a részecske 10 m magasan volt. Becsülje meg a részecske magasságát a $t = 1, 2, 3, 4, 5, 6$ időpontokban!



3. Linda úgy dönt, hogy maratont akar futni. Az első edzésnél megkéri barátját, Vikit, hogy kövesse kerékpáron, és mérje a sebességét. Viki negyedóránként feljegyzi Linda adott pillanatbeli sebességét. Sajnos, Linda túl erősen kezd, és másfél óra után annyira elfárad, hogy abba kell hagynia az edzést. Az alábbi táblázatban a Viki által mért sebességek láthatók.

idő (perc)	0	15	30	45	60	75	90
Linda sebessége (km/h)	20	17,5	16	16	13	11	0

A következő kérdések megválaszolásánál felteheti, hogy Linda sebessége a másfél órás edzés alatt sohasem növekedett. (Azaz monoton, de nem feltétlenül szigorúan monoton módon csökkent.)

- (a) Adjon alsó és felső becslést a Linda által az első negyedóra alatt lefutott távra!
 (b) Adjon alsó és felső becslést a Linda által az első félóra alatt lefutott távra!

- (c) Adjon alsó és felső becslést a Linda által az edzés alatt alatt lefutott távra! Mi lehet egy ésszerű becslés a ténylegesen lefutott távra?
 - (d) Ábrázolja a fenti adatokat egy koordináta-rendszerben és adjon geometria értelmezést a fenti számolásokra!
 - (e) A fenti ábra segítségével adjon geometriai értelmezést az alsó és felső becslések átlagára!
 - (f) Milyen sűrűn (hány percenként) kellene Vikinek a sebességet mérni ahhoz, hogy a lefutott távra adott alsó és felső becslés közötti különbség kisebb legyen 10 méternél?
4. Ábrázolja a függvények grafikonját a megadott intervallumon. A grafikon alatti területek megbecsléséhez írja fel az alsó és felső közelítő összegeket oly módon, hogy az intervallumot 4 egyenlő részre osztja.
- (a) Az $y = 3 - x$ függvénygrafikon alatti terület a $[1, 2]$ intervallumon.
 - (b) Az $y = x^2 + 1$ függvénygrafikon alatti terület a $[0, 1]$ intervallumon.
 - (c) Az $y = \sin x$ függvénygrafikon alatti terület a $[0, \pi/2]$ intervallumon.
 - (d) Az $y = e^{-x^2}$ függvénygrafikon alatti terület a $[0, 1]$ intervallumon.

A fenti függvények esetén hány részre kell osztani a megadott intervallumot, hogy az alsó és felső becslések közötti eltérés kisebb legyen, mint 10^{-2} ?