

1. Adja meg az alábbi összegek végeredményét!

(a)  $\sum_{k=1}^5 k^2$

(b)  $\sum_{k=1}^4 2k + 1$

(c)  $\sum_{j=1}^4 2j + 1$

(d)  $\sum_{k=0}^6 2^k$

2. Írja fel az alábbi kifejezéseket  $\sum_{k=1}^n f(k)$  alakban!

(a) Az első 10 természetes szám összege:  $1+2+\dots+10$ .

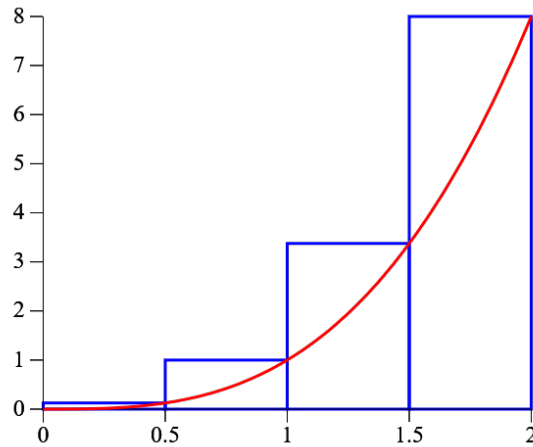
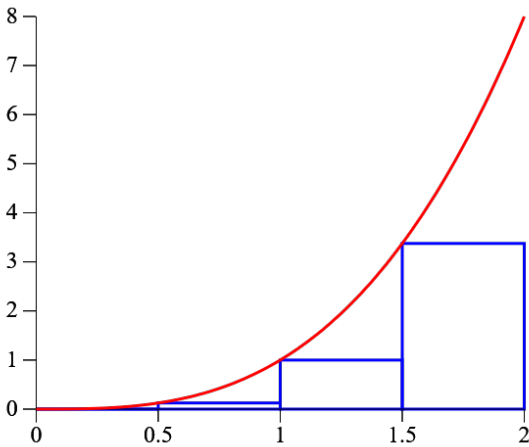
(b) Az első 5 négyzetszám összege:  $1+4+9+16+25$ .

(c) Az első 20 négyzetszám összege.

(d) Az első  $n$  négyzetszám összege, ahol  $n$  egy paraméter.

3. Legyen  $A$  az  $y = x^2$  és az  $x$ -tengely közötti terület a  $[0, 1]$  intervallum fölött. Az  $A$  számot közelítse a következőképpen: ossza fel a  $[0, 1]$  intervallumot 5 egyenlő részre, és használja a jobboldali végpontot. Írja fel a közelítő összeget  $\sum$  jelöléssel és számítsa ki a végeredményt!

4. Az alábbi ábrákon a  $\int_0^2 x^3 dx$  integrál két közelítése látható.

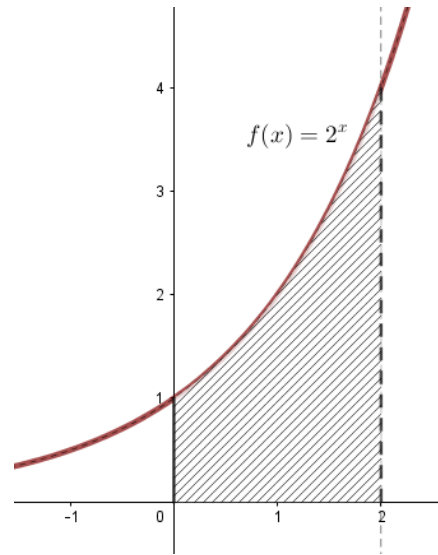
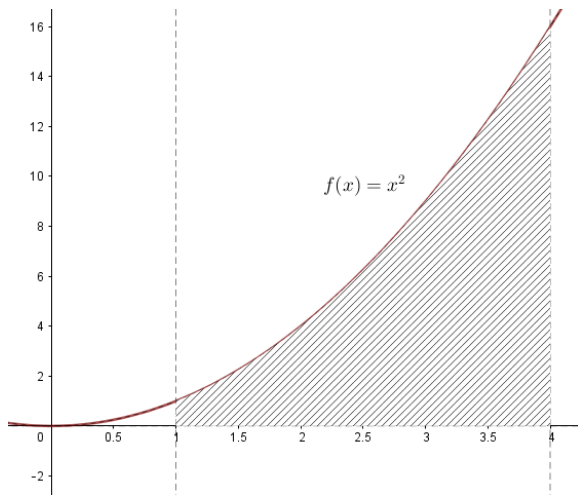


(a) Adja meg ezeket  $\sum$  jelöléssel és értékelje ki őket! Számítsa ki a két közelítés átlagát!

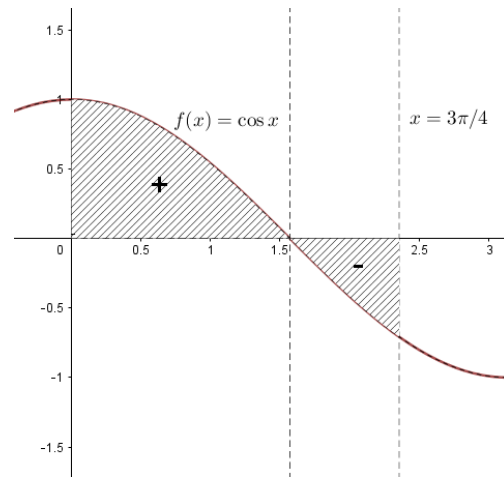
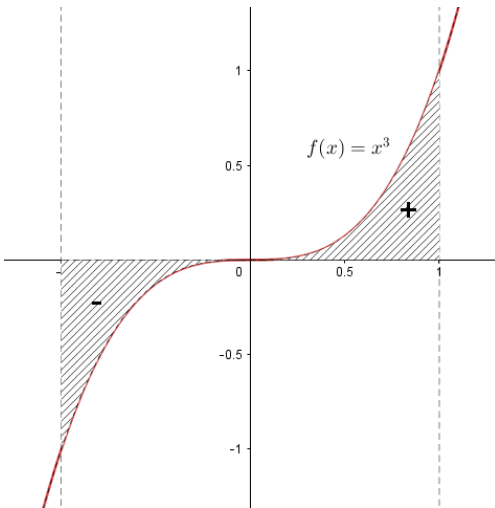
(b) Találjon olyan  $F(x)$  függvényt, amire  $F'(x) = x^3$ , és határozza meg  $\int_0^2 x^3 dx$  értékét pontosan a Newton-Leibniz formula segítségével!

(c) Miért lesz a két közelítés átlaga a legjobb közelítés a fenti 3 szám közül?

5. Az alábbi ábrákon látható területeket írja fel  $\int_a^b f(x)dx$  alakban! Találjon olyan  $F(x)$  függvényt, amire  $F'(x) = f(x)$  és határozza meg az integrálokat a Newton-Leibniz formula segítségével!



6. Az alábbi ábrákon látható előjeles területeket írja fel  $\int_a^b f(x)dx$  alakban! Találjon olyan  $F(x)$  függvényt, amire  $F'(x) = f(x)$  és határozza meg az integrálokat a Newton-Leibniz formula segítségével!



7. Az alábbi  $\int_a^b f(x)dx$  integrálok meghatározásához találjon olyan  $F(x)$  függvényt, amire  $F'(x) = f(x)$ . A Newton-Leibniz formula segítségével számítsa ki az integrál értékét!

(a)  $\int_1^2 (x^2 - 1) dx$

(b)  $\int_0^{\pi/2} \sin x dx$

(c)  $\int_{-1}^0 e^x dx$

(d)  $\int_1^2 \frac{1}{x^2} dx$