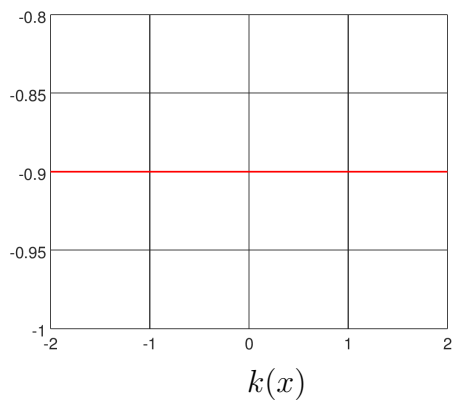
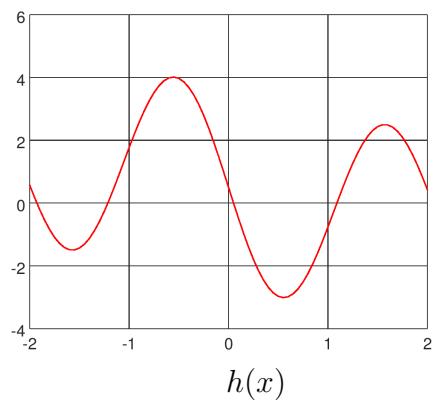
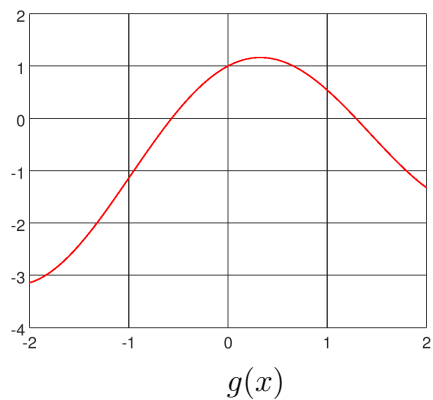
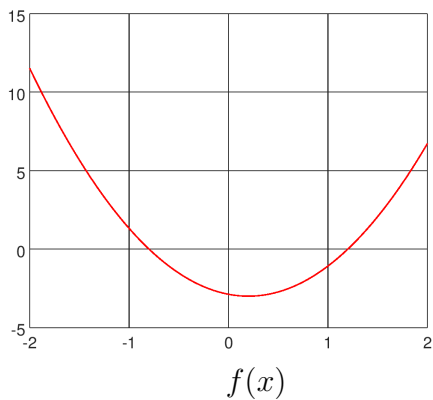
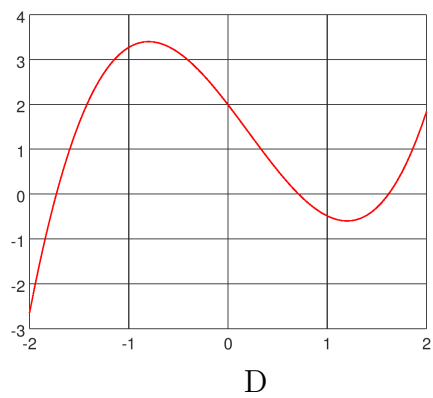
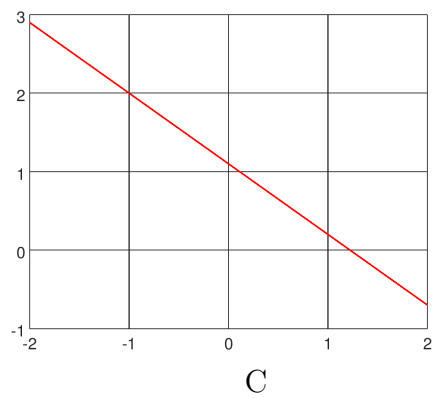
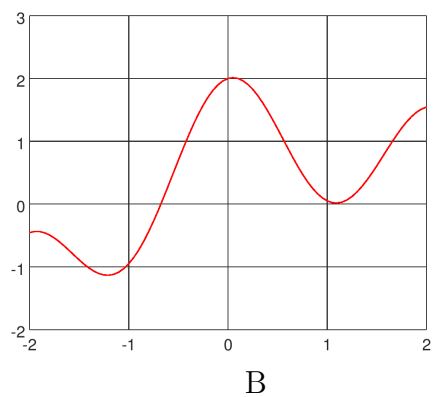
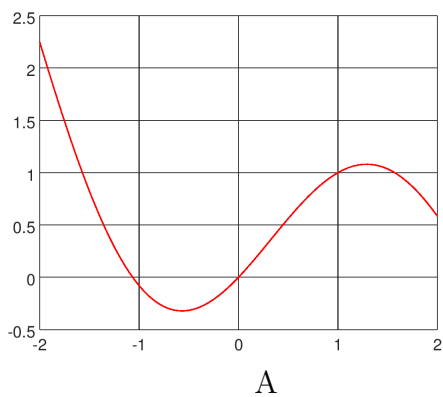


1. .... Függvények .....



..... Antideriváltak (primitív függvények) .....



$\int f(x)dx:$

$\int g(x)dx:$

$\int h(x)dx:$

$\int k(x)dx:$

2. Párosítsa az alábbi határozatlan integrálokat a megoldásukkal!

I)  $\int x^5 dx$

II)  $\int \sin(2x) dx$

III)  $\int xe^x dx$

IV)  $\int \frac{1}{x^2} dx$

(a)  $(x-1)e^x + C$

(b)  $-\frac{1}{x} + C$

(c)  $\frac{x^6}{6} + C$

(d)  $-\frac{1}{2} \cos(2x) + C$

3. Határozza meg az alábbi integrálokat!

(a)  $\int (x^2 - 1) dx$

(b)  $\int \cos(3x) dx$

(c)  $\int \frac{1}{5^x} dx$

(d)  $\int \frac{x+1}{x^4} dx$

4. Oldja meg az alábbi differenciál egyenleteket.

(a)  $f'(x) = x^2 - 1$

(b)  $y' = 1 + \cos x$

(c)  $\frac{dy}{dt} = e^{-t}$

(d)  $f''(x) = \sin x$

5. Ellenőrizze le, hogy a megadott függvények kielégítik a differenciál egyenletet.

(a)  $y = e^{-3x}$  megoldása az  $y' = -3y$  egyenletnek.

(b)  $f(t) = 20 + 80e^{-0.05t}$  megoldása a  $\frac{df}{dt} = -0,05(f(t) - 20)$  egyenletnek.

(c)  $y = \frac{10^{11}}{(2x+100)^5}$  megoldása a  $\frac{dy}{y} = -\frac{5dx}{x+50}$  egyenletnek.

6. Oldja meg a következő szétválasztható változójú (szeparálható) differenciálegyenleteket! Ellenőrizze a megoldást!

(a)  $\frac{dy}{dt} = k(y - A)$ , ahol  $k, A$  konstansok.

(b)  $xy + \frac{dy}{dx} = 0$ .

7. A kemencéből kivett kenyér hőmérséklete kezdetben  $T_0 = 100^\circ\text{C}$ , 20 perc alatt a kenyér hőmérséklete  $60^\circ\text{C}$ -ra csökken. A levegő hőmérséklete  $T_A = 25^\circ\text{C}$ .

A kenyér  $T$  ( $^\circ\text{C}$ ) hőmérséklete az idő függvénye. Newton törvénye szerint a hőmérséklet változás sebessége arányos a  $T$  hőmérséklet és a  $T_A$  különbségével.

(a) Írjon fel egy differenciál egyenletet a  $T(t)$  függvényre, ami kifejezi a Newton féle lehűlési törvényt.

(b) Mutassa meg, hogy a  $T(t) = (T_0 - T_A)e^{-kt} + T_A$  függvény megoldja a fenti egyenletet, és kielégíti a  $T(0) = T_0$  kezdeti feltételt!

(c) Határozza meg  $k$  értékét a fenti adatokból!

(d) A hűlés kezdetétől számítva mennyi idő alatt csökken a kenyér hőmérséklete  $30^\circ\text{C}$ -ra?