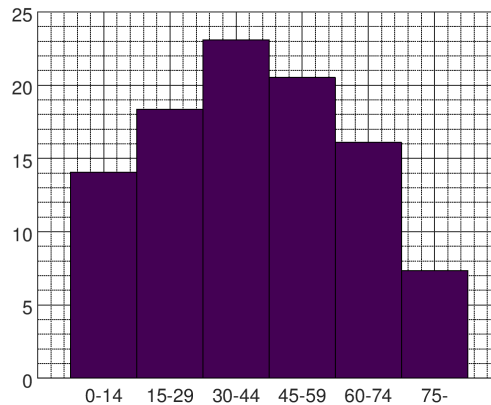
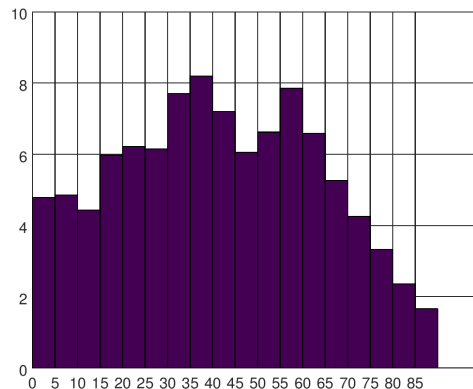


1. A táblázatban a magyar lakosság korcsoportjainak százalékos arányai láthatóak. (2013-as adatok.)



Az alábbi kérdések erre a 2013-as állapotra vonatkoznak.

- Becsülje meg, hogy a lakosság hány százaléka volt 30 éves vagy idősebb, de fiatalabb, mint 45 éves!
 - Becsülje meg, hogy a lakosság hány százaléka volt 60 évesnél idősebb!
 - Becsülje meg, hogy a lakosság hány százaléka volt nagykorú!
 - Készítsen táblázatot, amelyben felsorolja, hogy a lakosság hány százaléka volt fiatalabb, mint 15 éves, 30 éves, 45 éves, 60 éves, 75 éves! Ábrázolja a táblázatot az ábrához hasonló diagramként!
 - Az ábra szerint mennyi volt (körülbelül) a magyar lakosság átlagéletkora 2013-ban?
2. Használja a korcsoportok ábrán látható finomítását, hogy pontosabban válaszolja meg a következő kérdéseket!



- Becsülje meg, hogy a lakosság hány százaléka volt nagykorú!
 - Az ábra szerint mennyi volt (körülbelül) a magyar lakosság átlagéletkora 2013-ban?
3. A magyar lakosság éves nettó jövedelmének mediánja az Eustat becslései szerint a 2016-as évben 1,044 millió forint volt. Az alábbi táblázatban a jövedelem bevételi viszonyok láthatók a Tárki becslése alapján.

Nettó jövedelem (1000 Ft/fő)	0-499	500-799	800-1199	1200-1999	2000-
Lakosság %-a	11	23	32	28	6

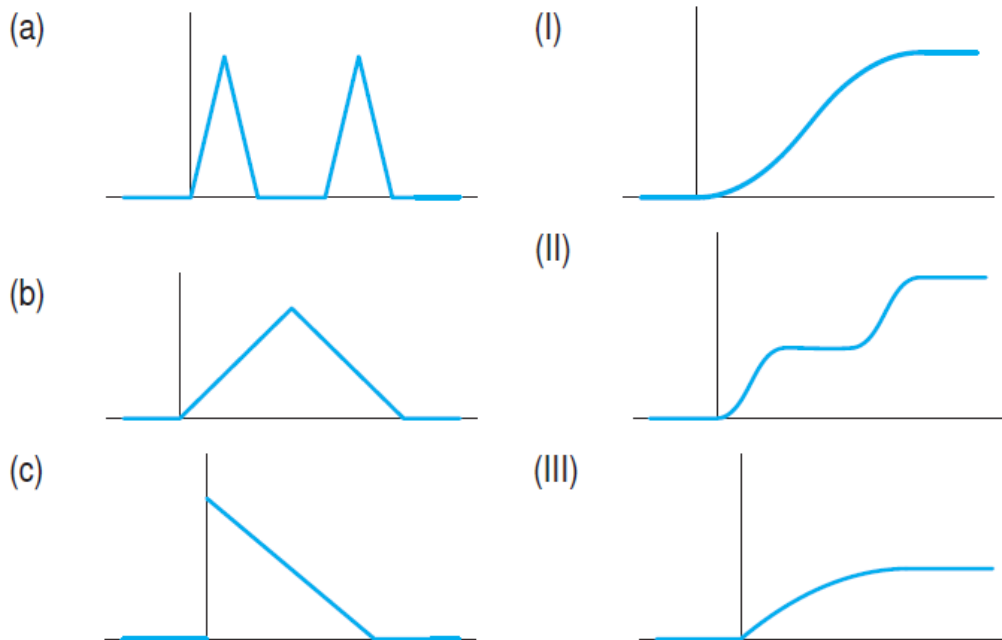
Készítsen táblázatot, amiben felsorolja, hogy a lakosság hányadrésze keresett kevesebb, mint 500, 800, 1200, 2000 ezer forintot!

4. Az Avogadro szám meghatározásához Perrin kolloid részecskék ülepedését vizsgálta gravitációs térben. A Brown mozgás Einstein-féle elmélete szerint a részecskék c koncentrációja kielégíti a

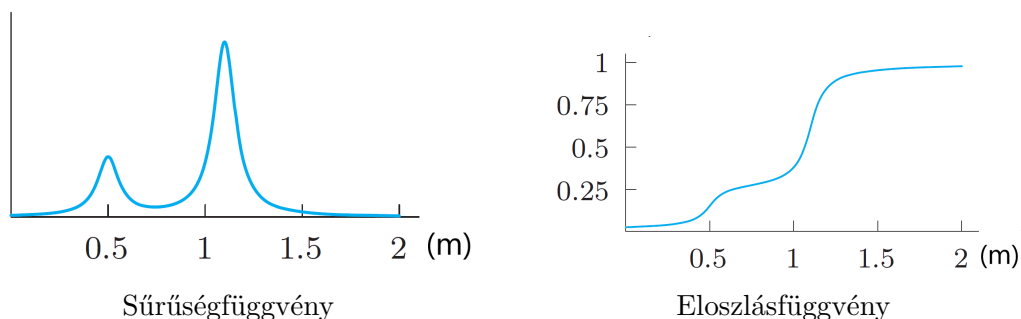
$$\ln c = \ln c_0 - kh$$

egyenletet, ahol c_0 a koncentráció egy referencia magasságon, h a referencia magasságtól való eltérés, és k egy egyéb fizikai jellemzőktől függő, expliciten számolható konstans. A továbbiakban a $h = 0$ referencia magasság a mérőedény alja, a koncentráció csak pozitív h értékre értelmes. Az alábbi kérdésekre adott válaszok függeni fognak a k paramétertől.

- (a) Milyen h értékre lesz a koncentráció fele akkora, mint a referencia magasságon?
 (b) Fejezze ki a kolloid részecskék összmenységét a c_0, k paraméterekkel!
 (c) Adjon képletet arra az $F(h)$ függvényre, ami kifejezi, hogy a kolloid részecskék hányadrésze található a $[0, h]$ magassági korlátok között!
5. Mely grafikonok lehetnek eloszlás függvény grafikonjai? Párosítsd az eloszlás függvényeket a sűrűségfüggvényeikkel!

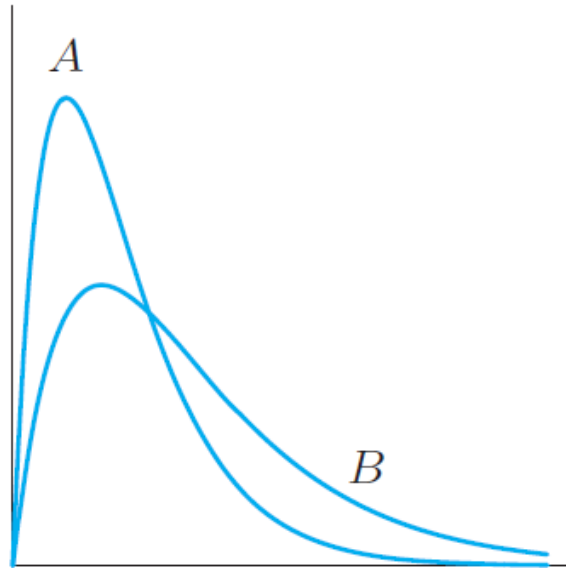


6. Az alábbi ábrán egy ültetvényen található növények magasságának sűrűségfüggvénye, illetve eloszlásfüggvénye látható.



- (a) A sűrűségfüggvény miért mutatja, hogy két különböző fajta növény van az ültetvényen?
 (b) Az eloszlásfüggvény miért mutatja, hogy két különböző növény van az ültetvényen?
 (c) Körülbelül hány százaléka a növényeknek az alacsonyabb magasságú növény?

7. Az ábrán egy nemesgáz atomjai kinetikus energiájának eloszlása látszik két különböző hőmérsékleten ($T_1 = 300$ K és $T_2 = 400$ K). Magasabb hőmérsékleten a gázmolekulák nagyobb része van magasabb energia állapotban. Melyik grafikon felel meg a magasabb hőmérsékletre tartozó energia eloszláshoz? (Az ábrán szándékosan nincsenek számok feltüntetve.)



8. A hidrogén atomban az elektron távolságát az atommagtól az

$$F(x) = 1 - (2x^2 + 2x + 1)e^{-2x}$$

eloszlás függvény írja le. Itt $x = r/a_0$, ahol r a távolság méterben, és a_0 a Bohr-sugár, ($5,29 \cdot 10^{-11}$ m). Pl. $F(1) = 1 - 5e^{-2} \simeq 0,323$ azt jelenti, hogy az elektron az idő kb 32%-ában a Bohr-sugárnál közelebb van az atommaghoz.

- Számítsa ki, és értelmezze $F(2)$ értékét!
- Találjon minél jobb közelítést arra az x számra, amire $F(x) = 0,5$!
- Határozza meg az $F(x)$ eloszláshoz tartozó sűrűség függvényt!
- A legvalószínűbb távolság az, amire a sűrűségfüggvény maximális. Határozza meg a legvalószínűbb távolságot!
- A távolság várható értéke a $\lim_{T \rightarrow \infty} \int_0^T x f(x) dx$ ún. improprius integrál. Határozza meg a várható értéket! (Ötlet: a határozatlan integrál megtalálásához használjon WolframAlpha-t, vagy más programot.)