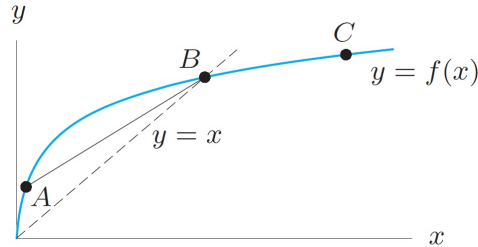
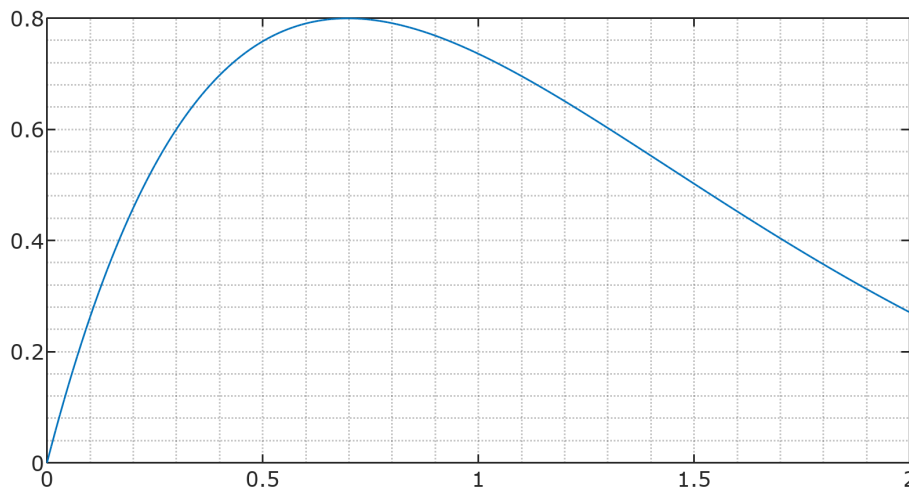


A változás pillanatnyi sebességének intuitív jelentése

1. Zoli reggel gyalog indult az egyetemre. Az $y = f(x)$ függvény Zoli távolságát mutatja az otthonától. (y méterben, x másodpercben van feltüntetve.)



- Állítsa nagyságrendi sorrendbe az alábbi számokat:
 - (a) Zoli sebessége az A pontnak megfelelő időpontban,
 - (b) Zoli sebessége a B pontnak megfelelő időpontban,
 - (c) Zoli sebessége a C pontnak megfelelő időpontban,
 - (d) Zoli átlagsebessége az A és B pontoknak megfelelő időpontok között,
 - (e) 0,
 - (f) 1.
 - Melyik történet illik az ábrához?
 - (a) Zoli gyorsan indult, mert késésben volt, de utána visszafordult, mert rájött, hogy otthon hagyta a könyvét, amit épp olvas. (A "Leszel a padtársam?" helyett véletlenül az "MTA A magyar helyesírás szabályai - Új magyar helyesírás" 12. kiadását tette be a hátizsákjába.)
 - (b) Zoli futva indult, mert azt hitte, elkésik, de útközben rájött, hogy az első órája elmarad, és ezért inkább a dunai panorámában gyönyörködött séta közben.
 - (c) Zoli lassan indult, meditálni próbált séta közben, de nem találta meg a belső egyensúlyát, és felgyorsított, mert rájött, hogy különben el fog késni.
2. Becsülje meg az ábrán látható függvény értékét, és érintőjének meredekségét az $x = 1$ pontban!



3. Az alábbi táblázatban egy álló helyzetből induló autó által megtett út található, az idő függvényében:

idő (sec)	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1
út (m)	0	0,15	0,54	1,14	1,95	2,88

- (a) Adja meg az autó átlagsebességét a $[0, 2; 0, 4]$ időintervallumon!
- (b) A feladat természetéből adódóan döntse el, hogy ez az átlagsebesség több vagy kevesebb mint az autó pillanatnyi sebessége a $t = 0, 4$ időpontban.
- (c) Hogyan lehetne a $t = 0, 4$ időpontbeli pillanatnyi sebességet jobban becsülni?
4. Egy radioaktív anyag bomlását az $N(t) = 2, 1e^{-0,1t}$ függvény írja le. Itt $N(t)$ a megmaradó anyagmennyiség (grammban) t óra elteltével.
- (a) Mennyi az anyagmennyiség kezdetben?
- (b) Becsülje a radioaktív bomlás sebességét a $t = 0$ pillanatban!
- (c) Mennyi az anyagmennyiség 1 óra elteltével?
- (d) Becsülje meg a radioaktív bomlás sebességét a $t = 1$ pillanatban!
- (e) Hasonlítsa össze az anyagmennyiség és a bomlási sebesség arányát $t = 0$, ill. $t = 1$ időpontokban.
5. Egyre közelebbi értékek behelyettesítésével becsülje meg a következő határértékeket! Azonosítsa a határértékekben szereplő függvényeket és magát a limeszt meredekségként!

(a) $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{(2+h)^2 - 4}{h}$

(c) $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{(1+\Delta x)^3 - 1}{\Delta x}$

(e) $\lim_{s \rightarrow 4} \frac{\sqrt{s} - 2}{s - 4}$

(b) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{x - 1}$

(d) $\lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{\sin \theta}{\theta}$

(f) $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\ln(2+h) - \ln 2}{h}$

6. Becsülje meg a $C(a) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{a^h - 1}{h}$ határértéket, amikor

(a) $a = 2$

(b) $a = 3$

Adjon meg a -ra olyan értéket, amikor $C(a)$ közelítőleg 1!