

Az exponenciális és logaritmus függvények deriváltja.

1. Mutassa meg, hogy $(10^x)' = A \cdot 10^x$, valamely A számra! Határozza meg A értékét két tizedesjegyre!
2. Milyen a -ra lesz

$$(a) \frac{a^{0,001} - 1}{0,001} = 1?$$

$$(b) \frac{a^{0,0001} - 1}{0,0001} = 1?$$

$$(c) \frac{a^h - 1}{h} = 1?$$

A fentiek alapján hogy lehetne meghatározni azt a számot, amire $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{a^h - 1}{h} = 1$?

3. Egy héttel ezelőtt két videót töltöttek fel az "Állllati!" videomegosztóra. Az egyikben Pityu papagáj énekel Rátonyi Róbertről. A másikon egy Kókuszi Hubi névre hallgató kölyökcica vadászik lepkékre. A két videó követőinek száma exponenciálisan növekszik. Ha a Pityu videónak $P(t)$ követője van t nappal a feltöltés után, akkor $P(t)$ jól közelíthető a $P(t) = 2 \cdot 7^t$ függvénnyel. A cicás videó követőinek száma t nappal a feltöltés után $H(t) = 8^t$. Melyik feltöltés követőinek száma nő gyorsabban egy héttel a feltöltés után?
4. Dorka egy csodaszert kapott Oztól, a nagy varázslótól, aminek a segítségével két óra alatt megtanulta az egész féléves matematikát. Sajnos a Nyugati Boszorkány egy ellenszert csempészett Dorka italába, így elfelejti azt a megtanult anyagot, amit nem gyakorol újra. Ezt a

$$h(t) = \frac{100}{0,9 + 0,1 \cdot 11^t}$$

függvény írja le, ahol t héttel az ellenszer bevitele után Dorka az anyag h százalékára emlékszik, (ha nem gyakorol).

Feltéve, hogy Dorka nem gyakorol, mennyi idő telik el, amíg Dorka már csak az anyag felére emlékszik? Mi a pillanatnyi sebessége a h függvénynek ebben a pillanatban?

5. Mutassa meg, hogy $(\log_2 x)' = \frac{C}{x}$, és határozza meg C értékét két tizedesjegyre.

Mutassa meg, hogy általánosabban $(\log_a x)' = \frac{C(a)}{x}$.

Milyen a -ra lesz $(\log_a x)' = \frac{1}{x}$?