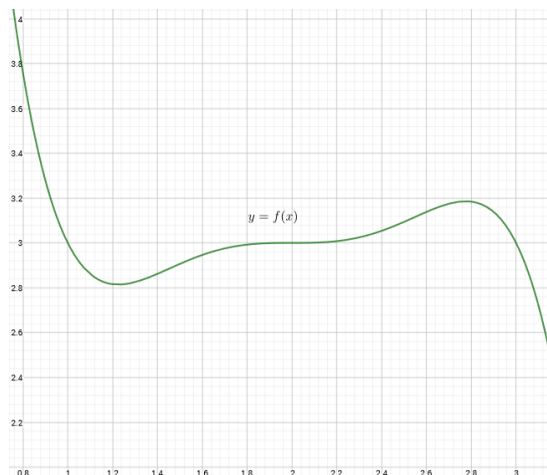
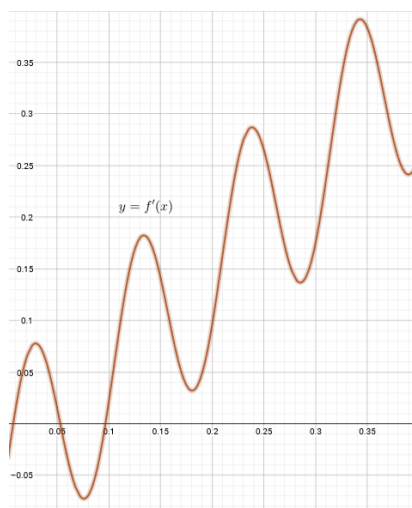


A derivált és a függvénygrafikon menete. Lokális szélsőértékek.

1. Az alábbi ábrán egy $f(x)$ függvény grafikonja látható. Az ábra alapján válaszolja meg a következőket!



- Határozza meg, mely intervallumokon növő, mely intervallumokon csökkenő az $f(x)$ függvény. Mely pontokban van lokális szélsőértéke?
 - Mely intervallumokon pozitív, illetve negatív az $f(x)$ függvény deriváltja? Melyek az $f(x)$ függvény stacionárius pontjai? (Azaz azok a pontok, ahol $f'(x) = 0$.)
 - Mely x pontokban van az $f(x)$ függvénynek abszolút maximuma/minimuma a $[0,8; 3]$ intervallumon? És az $[1; 3]$ intervallumon?
2. Az alábbi ábrán egy $f(x)$ függvény deriváltjának, $f'(x)$ -nek a grafikonja látható. Az ábra alapján válaszolja meg a következőket!



- Mely intervallumokon pozitív, illetve negatív az $f(x)$ függvény deriváltja? Melyek az $f(x)$ függvény stacionárius pontjai? (Azaz azok a pontok, ahol $f'(x) = 0$.)
- Határozza meg, mely intervallumokon növő, mely intervallumokon csökkenő az eredeti $f(x)$ függvény. Mely pontokban van lokális szélsőértéke?
- Mely x pontokban van az $f(x)$ függvénynek abszolút maximuma/minimuma a $[0,05; 0,3]$ intervallumon?

3. A megadott függvényekre találja meg az $f(x)$ függvény stacionárius pontjait! Határozza meg a függvény menetét! (Azaz hogy hol nő, hol csökken $f(x)$, és mely pontokban van $f(x)$ -nek lokális maximum- vagy minimum-helye.)

(a) $f(x) = x^5 - 5x^3 + 10x$

(b) $f(x) = x^5 - 5x^3 + 10$

4. A $D(r) : [0; \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $D(r) = Nr^2e^{-2r/a_0}$ függvény alapvető szerepet játszik a hidrogén atom kvantumfizikai leírásában. Hol nő, hol csökken ez a függvény? Vannak-e lokális szélsőértékei?
5. A Maxwell-Boltzmann elmélet szerint annak a valószínűsége, hogy egy T hőmérsékletű gázban egy m tömegű molekula sebessége v és $v + \Delta v$ közé esik, megfelelően kis Δv -re (vagyis határértékben) jól közelíthető $f(v)\Delta v$ -vel, ahol

$$f(v) = 4\pi \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} v^2 e^{-mv^2/2kT}.$$

- (a) A legvalószínűbb sebesség az a v érték, amire $f(v)$ maximum. Találja meg ezt a v értéket. (A válasz függeni fog a paramétereiktől.)
- (b) Mi a legvalószínűbb sebesség értéke N_2 -re, 27°C hőmérsékleten?
6. A Lennard-Jones potenciál két hélium atom közti U potenciális energiát adja meg a távolság függvényében. Legyen ez a távolság R . Ekkor $U = \frac{A}{R^{12}} - \frac{B}{R^6}$, ahol A és B konstansok. A két részecske egyensúlyi állapotban van, amikor a potenciális energia minimális.
- (a) Az R változó szerinti differenciálással találja meg azt az R_e értéket, amikor a két atom egyensúlyi helyzetben van! Legyen $-D_e$ a minimális energia.
- (b) Fejezze ki az A, B változókat az R_e, D_e segítségével!