

A trigonometrikus függvények deriváltja.

- Írja fel azt a határértéket, ami az $f(x) = \cos x$ függvény deriváltját adja meg az $x = \pi/6$ -ban. Számítsa ki közelítőleg a határértéket!
- Felhasználva, hogy $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$, számítsa ki az alábbi határértékeket:

$$(a) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(2x)}{x}$$

$$(b) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(10x)}{x}$$

$$(c) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(\pi x)}{x}$$

A következő feladatokhoz szüksége lesz a következő azonosságokra:

$$(\sin(ax))' = a \cos(ax)$$

$$(\cos(ax))' = -a \sin(ax)$$

- Ferenc József uralkodásának 50-ik évében Bécs városa a világ akkori legnagyobb óriáskerekét állította fel, amely jelenleg is működik. A kerék átmérője 60 méter, sebessége 0,75 m/sec. Milyen sebességgel emelkedik valaki abban a pillanatban, amikor a legalacsonyabb és legmagasabb pont között éppen félúton van? És amikor az út $2/3$ -át tette meg?
- (Idézet a fizweb.elte.hu "Egzaktul megoldható fizikai problémák" című oldaláról). Az egész kvantitatív fizika legalapvetőbb megoldható rendszere a harmonikus oszcillátor. Ez egy olyan tömegpont mozgása, amely $V = \frac{1}{2}kx^2$ alakú potenciálban végez csillapítatlan rezgőmozgást. Ekkor a tömegpont helyzete

$$x(t) = A \cos(\omega t + \phi).$$

Az alábbiakban a válaszok függhetnek az A, ω, ϕ paramétereiktől.

- Mi a két extrém kitérés közötti eltérés értéke?
 - Mi a periódusa a tömegpont mozgásának?
 - Adja meg a t idő függvényében a tömegpont pillanatnyi sebességét!
 - Mi a tömegpont pillanatnyi sebessége abban a pillanatban, amikor a két extrém kitérés között félúton van?
- A röntgendiffrakció elméletében fontos szerepet játszik a Bragg egyenlet. A röntgensugarak kristályokon áthaladva diffrakciót szenvednek, mivel a hullámhosszuk összemérhető a rácssíkok közötti távolsággal. A szabályos kristályrácsra erősítés csak kitüntetett irányokban jelentkezik, egyéb irányokban kioltás tapasztalható. Ha d az egyes atomsíkok távolsága egy kristályszerkezetben, és λ a sugárzás hullámhossza, θ diffrakciós szög, akkor θ -ra fennáll, hogy

$$\frac{2d \sin \theta}{\lambda}$$

egy egész szám, amit a diffrakció rendjének hívunk. Mi a hullámhossz változásának sebessége a θ függvényében az elsőrendű diffrakció esetén?